**Aquest examen consta d’un únic problema amb 10 apartats, que puntuen tots igual. Per respondre algunes de les preguntes et farà falta la informació que hi ha als llistats del final, encara que és possible que no tots els llistats s’hagin de fer servir. En les dades de partida no hi ha empats, no t’has de preocupar per aquesta qüestió. Assumeix sempre un nivell de significació 0,05 o un nivell de confiança 0,95.**

En un experiment per determinar si l’administració d’uns tranquil·litzants (etiquetats com A, B i C) podia influir en la capacitat de reacció davant determinats estímuls, una mostra de 24 subjectes es va aleatoritzar de forma balancejada de manera que cada sedant va ser administrat a 8 individus diferents d’aquest total de 24. Passat un temps fix després de l’administració del tranquil·litzant, es va mesurar el temps que cada subjecte trigava en pitjar un pedal quan s’encenia un llum vermell. Ni el subjecte ni qui anotava la mesura coneixien el sedant administrat (doble cec). Els temps obtinguts per cadascun dels 24 subjectes, en mil·lisegons, van ser:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **A** | 548 | 619 | 641 | 846 | 517 | 876 | 602 | 628 |
| **B** | 519 | 776 | 678 | 858 | 493 | 741 | 719 | 595 |
| **C** | 637 | 818 | 701 | 855 | 618 | 849 | 731 | 687 |

1. Indica una prova basada en rangs adient per estudiar la possible influència dels sedants en el temps de resposta, en el sentit que puguin influir en la mediana d’aquest temps. Indica les hipòtesis nul·la i alternativa plantejades i, justificadament (valor de l’estadístic, p-valor, etc.), la conclusió final de la prova.

**(1.5 pts ) Identificació del Test**; Indica raonadament quin és el test basat en rangs més adient

Atès que es tracta de la comparació de les medianes de tres grups poblacionals independents (per tant és equivalent a dir que tenim un factor “sedant” amb més de dos nivells; tres) tindria sentit utilitzar la prova de Kruskal-Wallis.

**(1.5 pts ) Contrast d’hipòtesis**; cal indicar amb claredat que significa cada símbol; :  AB, C són les medianes de cada grup

H0: AB = C

H1: iji,j=A,B,C i amb i!=j

**(1 pts)** **Llistat utilitzat/comanda R**

Llistat 1; a partir de l’ordre Kruskal.test (temps.frenada ~sedant)

**(3pts)** **Indicar quin és l’estadístic de test utilitzat, quina és la distribució sota la hipòtesis nul·la i la seva regió crítica**

L’estadístic de test es basa en la idea de que sota la hipòtesis nul·la els promitjos dels rangs associats a cada grup serien similars a l’esperança dels rangs sense suposar grups. Aquest estadístic de test segueix una distribució chi-quadrat amb a-1 graus de llibertat, essent a el nombre de nivells del factor, en aquest cas l’estadístic de test té un valor de H=1.94 i sota la hipòtesis nul·la segueix una distribució chi-quadrat de 2 graus de llibertat amb un pvalor aproximat de 0.3791 i la regió de rebuig queda definida com R={ Hϵℜ| H> X2(2,0.05)} X2(2,0.05) on chi quadrat bilateral

**(3 pts)** **Conclusió a la que s’arriba**

No podríem rebutjar la hipòtesis nul·la i per tant no tenim evidencia de que existeixi una possible influencia en la mediana del temps de reacció.

1. En realitat A era una substància innòcua, un placebo. De moment no el tindrem present en aquesta pregunta i la següent. Si només ens fixem en voler comparar B amb C, indica una prova de rangs adequada per establir si hi ha diferències entre aquests dos sedants (en el mateix sentit plantejat a la pregunta anterior), les hipòtesis plantejades i, justificadament, la conclusió final.

**(1.5 pts) Test + explicació;** En aquest cas, si només comparéssim B amb C, una prova de rangs adequada per 2 grups independents seria la U de Mann-Witney.

**(1.5 pts) Contrast d’hipotesis**. Les hipòtesis plantejades es podrien indicar com:, essent **B, **C Les medianes de cada grup

*H*0: **B = **C

*H*1: **B ≠**C

(amb una alternativa bilateral ja que només hem plantejat obtenir evidència de diferències). Ara el llistat que correspondria vindria a partir de l’ordre:

**(1 pts) Llistat 3**

comparaBC.2 <- wilcox.test(

+ temps.frenada[sedant == "B"], temps.frenada[sedant == "C"],

+ paired = FALSE, conf.int = TRUE)

**(3pts) Per que hem triat aquest llistat?**

amb paired = FALSE! Per que es tracta de dos grups independents, utilitzem les opcions per defecte encara que en aquest cas seria adient utilitzar la opció exact =TRUE i correct=FALSE ja que tenim poques dades i les dades són continues sense empats.

**(3pts) Regió de Rebuig i conclusions**

que proporciona un p-valor de 0.4418026 que essent major que el nivell de significació tampoc permet rebutjar *H*0, no tenim evidència de diferència entre les medianes B i C.

La regió de rebuig seria R={ Uϵ ℜ| U≤ u(0.05,n,m)} U és l’estadísti de la U de Mann Whitney u ~ u de Mann Whitney bilateral i n i m són els tamanys mostrals de les dues mostres que comparem

Penalitzat si es fa el test sobre utilitzant les diferencies com estadístic de test en comptes dels rangs

1. A partir de mètodes coherents amb la prova de rangs demanada a l’apartat anterior, indica el valor de l’estimació puntual de l’efecte de substituir el sedant B pel C (estimació puntual de la diferència de medianes) i un interval de confiança bilateral per aquest mateix paràmetre. Sense realitzar els càlculs (en realitat no tens suficient informació per fer-los d’una manera ràpida), explica com s’haurien obtingut l’estimació puntual i l’interval de confiança anteriors.

**(1 pts) Llistat + comandes**

La informació demanada en aquesta pregunta ens la proporciona el llistat 3 amb les ordres

comparaBC.2$estimate

comparaBC.2$conf.int

**(3 pts) Donar un interval de confiança vàlid**

És a dir, l’estimació puntual demanada és -75 i l’interval de confiança [-182, 60], que com podem observar recobreix el valor 0 d’acord amb el resultat de l’apartat anterior on no es podia descartar que l’efecte de substituir B per C fos 0.

**Explicació de com es realitza l’interval val un total de 6 pts**

**(2 pts)**

El valor -75 correspondria a la mediana mostral de les 8·8 = 64 diferències entre temps mesurats sota B i temps sota C: *d*1, *d*2, ..., *d*64.

**(2 pts)**

Si *d*(1), *d*(2), ..., *d*(64) representa el vector d’aquestes 64 diferències ordenades de menor a major. D’aquest vector en determinaríem les posicions ** = *u*0.05(8,8) + 1 = 13 + 1 = 14 i ** = 8·8 – ** + 1 = 64 – 14 + 1 = 51,

**(2 pts)**

on *u*0.05(8,8) correspon al valor crític bilateral per mides mostral 8 i 8 i un nivell de significació 0.05 de l’estadístic *U* de Mann-Whitney. Per tant l’interval de confiança correspondria a [*d*(14), *d*(51)].

Per unes mides mostrals bastant petites com 8 i 8, no tindria gaire sentit basar-se en l’aproximació asimptòtica normal per obtenir l’interval de confiança, ni caldria ja que el valor crític corresponent el trobaríem perfectament a les taules del test.

1. Explica com s’hauria de plantejar una prova de permutacions per determinar que hi ha alguna diferència entre les mitjanes del temps de reacció pels 3 sedants A, B i C. Indica les hipòtesis plantejades i indica raonadament quina seria la conclusió final d’aquesta prova (estadístic de test, p-valor, ...).

(2 punts). **Test Hipòtesis** Les hipòtesis plantejades es podrien enunciar de la mateixa manera que a l’apartat 1, però ara parlant de mitjanes.

*H*0: **A = **B = **C

*H*1: *i* ≠*j* per algun *i*,*j* = A; B, C; *i*≠*j*

Tractant-se de 3 grups independents, si

***H*0 és certa** (assumint que implica igualtat de distribucions de procedència tant per les dades A com B com C, en particular igualtat en les dispersions) **el sedant és una mera etiqueta** i totes les possibles permutacions de les 24 dades són equiprobables, caldrà permutar les 24 dades sense restricció.

(2 punts) **Nº permutacions (exacte o montecarlo)?.** El nombre de possibles permutacions, **24!,** és enorme, més gran que 6,20×1023. **El nombre de permutacions amb repetició, 24! / (8! 8! 8!) amb possibilitat de proporcionar un valor diferent d’un estadístic de test com ara *F*, tot i que menor, és també molt gran,** més de 9000 milions.

É**s més factible generar una gran mostra aleatòria de permutacions. Això és el que es fa al LLISTAT 2 (FINS A LA LINEA** > sum(f.perms >= fobs))**, per 19999** permutacions aleatòries

(2 punts) **Estadistic i valor sobre la mostra** A**valuant sempre l’estadístic escollit *F* de l’ANOVA** d’un factor. Aquest estadístic val 0.9784491 per la permutació que correspon a les dades originals.

(2 punts) **P-valor estimat. Càlcul detallat**. Un total de 7778 vegades el valor d’*F* per una de les 19999 permutacions aleatòries generades és tant o més extrem (≥) que 0.9784491.**Per tant el p-valor estimat és (7778 + 1) / (19999 + 1) = 0.38895**

(2 punts) **Conclusió** . **NO tinc motius** per rebutjar la hipòtesi nul·la. i per tant **NO PUC** considerar que **el sedant és una mera etiqueta.**

**En realitat les dades anteriors procedien d’una mostra de 8 subjectes (i no de 24). A cada subjecte li van ser administrats, en ordre aleatori i amb un temps prudencial de descans, tots els sedants. A totes les preguntes restants considerarem aquesta situació, que era la real d’aquestes dades.**

1. Indica una prova basada en rangs adient per estudiar la possible influència dels sedants en el temps de resposta, en el sentit que puguin influir en la mediana del temps de resposta. Indica les hipòtesis nul·la i alternativa plantejades i, justificadament (valor de l’estadístic, p-valor, etc.), la conclusió final de la prova.

**(3 pts) Elecció del test + contrast.** Ara es tracta d’un disseny en blocs aleatoritzats on tenim un factor (grup de sedant) i un factor bloc (els individuus). Noteu que es tracta d’un disseny en blocs aleatoritzats per que s’ha administrat en ordre aleatori. Per tant una prova de rangs adequada seria la de Friedman. Les hipòtesis es podrien enunciar igual que a l’apartat 1).

**(1 pts) Llistat 1**

i el llistat adequat seria l’obtingut a partir de l’ordre: friedman.test(temps.frenada ~ sedant | subjecte).

**(3 pts) Estadístic + distribució associada**

Per tant, l’estadístic de Friedman (Q) valdria 6.75. Segons una distribució khi-quadrat amb 3 - 1 = 2 graus de llibertat, el p-valor associat a aquest valor de l’estadístic seria 0.03422

**(2 pts) Regió crítica / Conclusió**

Pvalor= 0.03422< 0.05 i per tant tindríem evidència per rebutjar *H*0, aquest resultat faria pensar que efectivament els diferents sedants influeixen de forma diferent en la mediana del temps de resposta.

De manera equivalent al test de Kruskal Wallis;

R={ Qϵℜ| Q> X2(2,0.05)} X2(2,0.05) és una chi-quadrat bilateral

He penalitzat si no sortia la paraula mediana.

**Indiquem com *X* els valors de temps de resposta sota el sedant B i com *Y* els valors sota C. En vista que cada parella de valors observada correspon a un mateix subjecte, és d’esperar que les variables aleatòries *X* i *Y* siguin estocàsticament dependents, que hi hagi alguna mena de relació entre elles.**

1. A partir de les dades, sabem que agafant cada possible parella de valors d’*X* i la corresponent parella de valors d’*Y* comptaríem un total de **27 concordances** (és a dir, que la diferència entre els dos valors d’*X* i la corresponent diferència entre els dos valors d’*Y* tindria el mateix signe) –no cal que ho comprovis. Estima el valor del coeficient ** de Kendall entre *X* i *Y*. En vista de l’estimació obtinguda, per explicar de quina forma sembla que *X* i *Y* es relacionen, què podries dir?

**(4 pts) Estimació del coeficient tau de Kendall**

Sabem que el nombre de concordances és *nC* = 27. Tal com s’ha dit al principi, no hi ha empats. Per tant, la suma del nombre de *concordances i de discordances ha de ser igual al nombre total de* possibles emparellaments de valors d’*X* (i d’*Y*) que és *n*(*n* – 1) / 2 = 8(8 – 1) / 2 = 28. Com a conseqüència el nombre discordances serà *nD* = 28 – 27 = 1 i l’estimació de ** (“tau A”) serà (27 – 1) / 28 = 0.9285714.

Cal la fórmula i explicar d’on surt cada valor en el càlcul

**(1 pts) L’alumne és capaç de diferenciar entre significació estadística i significat de la correlació**

La part final de la pregunta **no** té res que veure amb la **significació** **estadística** (tests d’hipòtesis), demana més aviat el **significat** :

**(3 pts) L’alumne sap que la correlació pren valors entre -1 i 1**

L’estimació de ** és positiva i propera a +1, per tant, indica que predominen les concordances de forma clara.

**(2 pts) L’alumne sap donar una explicació clara i coherent**

la tendència general és que per la majoria de parelles d’individus, si el primer tenia un temps de reacció superior al del segon (o el primer inferior al segon) quan prenia B, aquest primer també tindrà un temps de reacció superior al del segon quan prengui C (o inferior).

1. Determina si de forma significativa es pot afirmar que ** no val zero (és a dir, que com a mínim en el sentit que mesura ** hi ha dependència).

**(3 pts) Contrast hipotesis**

El contrast d’hipòtesis plantejat és ara *H*0 : *(X,Y)* són estocasticament independents vs *H*1 : ** ≠ 0.

On **fa referencia la correlació de Kendall

**(4 pts) Estadístic de test i regió crítica**

Hem de comparar el valor estimat de **, 0,9285714, amb el valor crític bilateral per un nivell de significació 0,05 i una mida mostral *n* = 8, **0,05(8) = 0,643 (essent el valor de les taules de tau de kendall per mida 8 bilateral i 0.05 de significació total ). -> Ha de quedar ben clarificat

R={ t ϵℜ| t > **0,05(8) } t és l’estadístic de kendall i **0,05(8) ve de les taules de la distribució de Kendall bitaleral

Com que n=8 és petita (menor de 10) no té sentit aplicar l’aproximació Normal

**(3 pts) Conclusió**

Com que 0,9285714 > 0,643, pel nivell de significació 0,05 es pot rebutjar *H*0, no podem assegurar que X,Y siguin independents i sí que es pot afirmar que ** no val zero (indicant dependència).

En aquest cas només notar que l’estadístic de test és la mesura de correlació

1. Realitza una prova de permutacions per decidir si el coeficient de correlació de Pearson, **, es diferent de zero. Indica clarament les hipòtesis plantejades i justifica la conclusió final de la prova.

(2 punts). **Test Hipòtesis**.

El contrast d’hipòtesis plantejat és *H*0: ** = 0 vs *H*1: ** ≠ 0.

(2 punts) **Nº permutacions (exacte o montecarlo)? i com dur a terme les permutacions.** Caldrà permutar un dels vectors de dades (*X* o *Y*, no importa) mentre es deixa fix l’altre. El nombre de permutacions possibles és per tant de **8! = 40320.** **Al LLISTAT 4** es realitza la corresponent **prova de permutacions exacta** en el sentit indicat abans.

(2 punts) **Estadistic i valor sobre la mostra** .El valor observat sobre les dades reals de **l’estadístic *r*, correlació mostral de Pearson, és *r* =0,9366625**.

(2 punts) **P-valor EXACTE. Càlcul detallat.** En calcular *r* sobre cadascun dels 40320 jocs de dades permutades observem que només 50 vegades el corresponent valor de la correlació mostral de Pearson és més extrem que 0,9366625 (ens hem de fixar en la sentència **R sum(abs(r.perms) >= abs(r))** j**a que la hipòtesi alternativa defineix una prova bilateral).**

**Per tant, el p-valor exacte obtingut és de 50 / 40320 = 0.001240079**

(2 punts) **Conclusió** .Rrebutgem *H*0. i per tant tinc motius per pensar que hi ha un grau de relació entre les variables analitzades

**LLISTATS**

----------------------------------------------------------------

**LLISTAT 1:**

|  |
| --- |
| > sedant <- gl(3, 8, labels = c("A", "B", "C"))  > sedant  [1] A A A A A A A A B B B B B B B B C C C C C C C C  Levels: A B C  > temps.frenada <- c(548, 619, 641, 846, 517, 876, 602, 628,  + 519, 776, 678, 858, 493, 741, 719, 595,  + 637, 818, 701, 855, 618, 849, 731, 687)  > subjecte <- factor(rep(1:8, 3))  > subjecte  [1] 1 2 3 4 5 6 7 8 1 2 3 4 5 6 7 8 1 2 3 4 5 6 7 8  Levels: 1 2 3 4 5 6 7 8  >  > friedman.test(temps.frenada ~ sedant | subjecte)  Friedman rank sum test  data: temps.frenada and sedant and subjecte  Friedman chi-squared = 6.75, df = 2, p-value = 0.03422  > kruskal.test(temps.frenada ~ sedant)  Kruskal-Wallis rank sum test  data: temps.frenada by sedant  Kruskal-Wallis chi-squared = 1.94, df = 2, p-value = 0.3791  ----------------------------------------------------------------  **LLISTAT 2**  >  > fobs <- oneway.test(temps.frenada ~ sedant, var.equal = TRUE)$statistic  > fobs  F  0.9784491  >  > nperms <- 19999  >  > set.seed(5233)  > f.perms <- replicate(nperms,  + oneway.test(sample(temps.frenada) ~ sedant,  + var.equal = TRUE)$statistic)  >  > sum(f.perms >= fobs)  [1] 7778  >  > fblocs.obs <-  + anova(aov(temps.frenada ~ sedant + subjecte))["sedant", "F value"]  > # El mateix que:  > fblocs.obs <- anova(aov(temps.frenada ~ sedant + subjecte))[1,4]  >  > # 'sedant.perm()' genera una permutació aleatòria dels sedants,  > # per separat dins cada subjecte.  > # Exemple:  > unaPerm <- sedant.perm()  > matrix(unaPerm, nrow = 3, byrow = TRUE)  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8]  [1,] "B" "A" "C" "A" "A" "B" "C" "A"  [2,] "A" "C" "B" "C" "C" "A" "A" "B"  [3,] "C" "B" "A" "B" "B" "C" "B" "C"  > set.seed(5233)  > fblocs.perms <-  + replicate(nperms,  + anova(aov(temps.frenada ~ sedant.perm() + subjecte))[1,4])  > sum(fblocs.perms >= fblocs.obs)  [1] 508  -------------------------------------------------------------------  **LLISTAT 3:**  >  > comparaAB.1 <- wilcox.test(  + temps.frenada[sedant == "A"], temps.frenada[sedant == "B"],  + paired = TRUE, conf.int = TRUE)  > comparaAC.1 <- wilcox.test(  + temps.frenada[sedant == "A"], temps.frenada[sedant == "C"],  + paired = TRUE, conf.int = TRUE)  > comparaBC.1 <- wilcox.test(  + temps.frenada[sedant == "B"], temps.frenada[sedant == "C"],  + paired = TRUE, conf.int = TRUE)  > pvals1 <- c(comparaAB.1$p.value, comparaAC.1$p.value, comparaBC.1$p.value)  > names(pvals1) <- c("A-B", "A-C", "B-C")  > pvals1  A-B A-C B-C  0.8437500 0.0234375 0.0156250  >  > comparaBC.1$estimate  (pseudo)median  -65.25  > comparaBC.1$conf.int  [1] -116.5 -12.0  attr(,"conf.level")  [1] 0.95  >  > comparaAB.2 <- wilcox.test(  + temps.frenada[sedant == "A"], temps.frenada[sedant == "B"],  + paired = FALSE, conf.int = TRUE)  > comparaAC.2 <- wilcox.test(  + temps.frenada[sedant == "A"], temps.frenada[sedant == "C"],  + paired = FALSE, conf.int = TRUE)  > comparaBC.2 <- wilcox.test(  + temps.frenada[sedant == "B"], temps.frenada[sedant == "C"],  + paired = FALSE, conf.int = TRUE)  > pvals2 <- c(comparaAB.2$p.value, comparaAC.2$p.value, comparaBC.2$p.value)  > names(pvals2) <- c("A-B", "A-C", "B-C")  > pvals2  A-B A-C B-C  0.8784771 0.1605284 0.4418026  >  > comparaBC.2$estimate  difference in location  -75  > comparaBC.2$conf.int  [1] -182 60  attr(,"conf.level")  [1] 0.95  > x <- temps.frenada[sedant == "B"]  > y <- temps.frenada[sedant == "C"]  > n <- length(y)  >  > cor(rank(x), rank(y))  [1] 0.9761905  ---------------------------------------------------------------------------  **LLISTAT 4**  >library(gtools)  >  > r <- cor(x, y)  > r  [1] 0.9366625  > # Totes les possibles permutacions del vector 'y'  > y.perms <- permutations(n, n, y)  > # Mostra les primeres 20 permutacions d'y:  > y.perms[1:20,]  [,1] [,2] [,3] [,4] [,5] [,6] [,7] [,8]  [1,] 618 637 687 701 731 818 849 855  [2,] 618 637 687 701 731 818 855 849  [3,] 618 637 687 701 731 849 818 855  [4,] 618 637 687 701 731 849 855 818  [5,] 618 637 687 701 731 855 818 849  [6,] 618 637 687 701 731 855 849 818  [7,] 618 637 687 701 818 731 849 855  [8,] 618 637 687 701 818 731 855 849  [9,] 618 637 687 701 818 849 731 855  [10,] 618 637 687 701 818 849 855 731  [11,] 618 637 687 701 818 855 731 849  [12,] 618 637 687 701 818 855 849 731  [13,] 618 637 687 701 849 731 818 855  [14,] 618 637 687 701 849 731 855 818  [15,] 618 637 687 701 849 818 731 855  [16,] 618 637 687 701 849 818 855 731  [17,] 618 637 687 701 849 855 731 818  [18,] 618 637 687 701 849 855 818 731  [19,] 618 637 687 701 855 731 818 849  [20,] 618 637 687 701 855 731 849 818  > r.perms <- apply(y.perms, 1, function(y.perm) cor(x, y.perm))  > r.perms[1:20]  [1] 0.0438252387 0.0527534911 0.0520094700 0.1070670262 0.0625217672  [6] 0.1086510710 -0.2150940796 -0.2061658272 -0.1839411990 0.0005760163  [11] -0.1734289019 0.0021600611 -0.2991684559 -0.2441108997 -0.2761998067  [16] -0.0916825914 -0.2113739744 -0.0819143153 -0.3065126635 -0.2603833597  > sum(r.perms <= r)  [1] 40316  > sum(abs(r.perms) >= abs(r))  [1] 50  > sum(r.perms >= r)  [1] 5 |
|  |
|  |